Oefenopgaven Moleculaire Quantummechanica, Hoofdstuk 3

Vraagstuk 1: Determinant en permutaties

Gegeven is de matrix

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 0 & a_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_2 & 0 \\ a_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_4 \\ 0 & 0 & a_5 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

1a. Bereken de determinant van de matrix $\boldsymbol{A}$, gebruik makend van de definiërende eigenschappen van de determinant. Geef aan welke eigenschappen van de determinant je hebt gebruikt. (Als je de determinant niet kunt berekenen, probeer dan toch de definiërende eigenschappen te geven).

Gegeven is de permutatie

$$\hat{p} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 1 & 5 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

1b. Wat is de pariteit van $\hat{p}$? Bewijs je antwoord door de permutatie te schrijven als een product van paarverwisselingen.

Vraagstuk 2: Symmetrizer

Beschouw een systeem van n identieke *bosonen.* Golffuncties voor identieke bosonen moeten symmetrisch zijn onder verwisseling van de coordinaten van de deeltjes $(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2, \ldots, \boldsymbol{r}_n)$.

2a. Geef de formule voor een n-deeltjes symmetrizer $\hat{S}$.

2b. Ga na of $\hat{S}$ idempotent is ($\hat{S}^2 = \hat{S}$?) (antwoord hangt af van de gekozen normering).

2c. Gebruik $\hat{S}$ om een permutatie-symmetrie aangepaste golffunctie $\Psi(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2, \ldots, \boldsymbol{r}_n)$ op te schrijven voor een systeem met n_1 deeltjes in orbital $\phi_a(\boldsymbol{r})$ en n_2 deeltjes in orbital $\phi_b(\boldsymbol{r})$ (met $n_1 + n_2 = n$).

2d. Normeer de golffunctie Ψ.