

Summary

$[j] = \sqrt{2j+1}$ (1)

2017/99

$$\begin{matrix} j_1 m_1 & j_2 m_2 \\ \hline & \\ \hline \end{matrix} = \begin{matrix} j_1 m_1 & j_2 m_2 \\ \hline & \\ \hline \end{matrix}$$

$\delta_{j_1 j_2} \delta_{m_1 m_2}$

$$\begin{matrix} j_1 m_1 & j_2 m_2 \\ \hline \leftarrow & \\ \hline \end{matrix} = \delta_{j_1 j_2} \delta_{m_1 - m_2} (-1)^{j_1 + m_1}$$

$$\begin{matrix} j_1 - m_1 & j_2 m_2 \\ \hline \rightarrow & \\ \hline \end{matrix} = (-1)^{j_1 + m_1}$$

$\rightarrow \rightarrow = (-1)^{2j}$

$\rightarrow \leftarrow = (-1)^{j_1 m_1 + j_2 m_2 + 2(j_1 - m_1)}$

$\rightarrow \rightarrow \rightarrow = \leftarrow$

$$\begin{matrix} j_1 & & \\ & + & \\ j_2 & & j_3 \end{matrix} = \begin{pmatrix} j_1 & j_2 & j_3 \\ m_1 & m_2 & m_3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{matrix} j_1 & & \\ & - & \\ j_2 & & j_3 \end{matrix} = \begin{pmatrix} j_1 & j_2 & j_3 \\ m_1 & m_2 & m_3 \end{pmatrix} = (-1)^{j_1 + j_2 + j_3} \begin{matrix} j_1 & & \\ & + & \\ j_2 & & j_3 \end{matrix}$$

$$(a) \begin{matrix} j_1 m_1 & & \\ & + & \\ j_2 m_2 & & j_3 m_3 \end{matrix} = \sum_m \begin{pmatrix} j_1 & j_2 & j_3 \\ m_1 & m_2 & m \end{pmatrix} \delta_{m_1 - m_2, m} (-1)^{j_3 + m_3}$$

$\begin{pmatrix} j_1 & j_2 & j_3 \\ m_1 & m_2 & -m_3 \end{pmatrix} (-1)^{j_3 + m_3}$

$$(-1)^{j_1 - j_2 - j_3} [j_3]^{1/2} \begin{matrix} j_1 & & \\ & + & \\ j_2 & & j_3 \end{matrix} = (-1)^{j_1 - j_2 + m_3} [j_3]^{1/2} \begin{pmatrix} j_1 & j_2 & j_3 \\ m_1 & m_2 & -m_3 \end{pmatrix}$$

$\langle j_1 m_1 j_2 m_2 | j_3 m_3 \rangle$

$$(-1)^{2j_1} [j_3]^{1/2} \begin{matrix} j_1 & & \\ & - & \\ j_2 & & j_3 \end{matrix} = \langle j_1 m_1 j_2 m_2 | j_3 m_3 \rangle = (-1)^{2j_1} [j_3]^{1/2} \begin{matrix} j_2 & & \\ & + & \\ j_1 & & j_3 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} j_1 & & \\ & + & \\ j_2 & & 0 \end{matrix} = \begin{matrix} j_1 & & \\ & + & \\ j_2 & & 0 \end{matrix} = \langle j_1 m_1 j_2 m_2 | 00 \rangle$$

$\begin{pmatrix} j_1 & j_2 & 0 \\ m_1 & m_2 & 0 \end{pmatrix} = \delta_{j_1 j_2} \delta_{m_1 - m_2} (-1)^{j_1 - m_1} [j_1]^{-3/2}$

$$\begin{matrix} j_1 & & \\ & - & \\ j_2 & & 0 \end{matrix} = \frac{1}{[j_3]^{1/2}} \begin{matrix} j_1 & & \\ & + & \\ j_2 & & 0 \end{matrix}$$

$\langle j_1 m_1 j_2 \bar{m}_2 | j_3 m_3 \rangle = (-1)^{j_2 - m_2} \langle j_1 m_1 j_2 - m_2 | j_3 m_3 \rangle = (-1)^{2j_1} [j_3]^{1/2} \begin{matrix} j_2 & & \\ & + & \\ j_1 & & j_3 \end{matrix}$

20/7/99

$$\text{circle with } j \text{ dots} = 2j+1 \quad \sum_{m=0}^j \delta_{m,m} = 2j+1$$

$$\text{circle with } j_1, j_2, j_3 \text{ dots} = \frac{1}{2j_1+1} \frac{1}{j_2} \frac{1}{j_3} \Delta(j_1, j_2, j_3)$$

$$-\text{circle with } 2, 3 \text{ dots} + = 1 \quad + \text{circle with } 3, 2 \text{ dots} - = -\text{circle with } 3, 2 \text{ dots} +$$

$$\sum_{j_3} (2j_3+1) \text{ vertex} = \frac{j_1}{j_2} = \sum_{j_3} \text{vertex} (2j_3+1)$$

$$F_1 \text{ with } j_m \text{ dots} = \text{square with } 0 \text{ dots} \delta_{j,0} \delta_{m,0}$$

$$F_2 \text{ with } j_1, j_2 \text{ dots} = \frac{1}{2j_1+1} \text{square with } j_1 \text{ dots} \times \text{vertex with } j_1, j_2 \text{ dots}$$

$$F_3 \text{ with } j_1, j_2, j_3 \text{ dots} = \text{square with } j_1, j_2, j_3 \text{ dots} \times \text{vertex with } j_1, j_2, j_3 \text{ dots}$$

$$\text{square with } j_1, j_2, j_3, j_4 \text{ dots} = \sum_{j_i} (2j_i+1) \text{square with } j_i \text{ dots} \times \text{vertex with } j_1, j_2, j_3, j_4 \text{ dots}$$

$$\left\{ \begin{matrix} j_1, j_2, j_3 \\ j_4, j_5, j_6 \end{matrix} \right\} = \text{triangle with } j_1, j_2, j_3 \text{ dots} + \text{triangle with } j_4, j_5, j_6 \text{ dots} = \text{diamond with } j_1, j_2, j_3, j_4, j_5, j_6 \text{ dots}$$

$-j_1 + j_2 + 2j_3 + j_4 + j_5$

$$\left\{ \begin{matrix} j_1, j_2, j_3 \\ j_4, j_5, j_6 \\ j_7, j_8, j_9 \end{matrix} \right\} = \text{hexagon with } j_1, j_2, j_3, j_4, j_5, j_6, j_7, j_8, j_9 \text{ dots}$$

$$\left\{ \begin{matrix} j_1 & j_2 & j_3 \\ j_4 & j_5 & 0 \end{matrix} \right\} = \begin{matrix} \oplus & & \oplus \\ & j_3 & \\ j_5 & & j_1 \\ & & \oplus \end{matrix} = \frac{\delta_{j_2 j_4}}{[j_2]} \frac{\delta_{j_1 j_5}}{[j_1]} \begin{matrix} \oplus & & \oplus \\ & j_3 & \\ & & j_2 \\ & & & j_1 \\ & & & & \oplus \end{matrix} \quad (3)$$

$$= \frac{\delta_{j_2 j_4} \delta_{j_1 j_5}}{[j_2] [j_1]} \quad (-1)^{j_1 + j_2 + j_3} \Delta(j_1, j_2, j_3)$$

$$\left\{ \begin{matrix} j_1 & j_2 & j_3 \\ j_4 & j_5 & j_6 \\ j_7 & j_8 & 0 \end{matrix} \right\} = \begin{matrix} & b+ & 1+ & a \\ & \oplus & & \oplus \\ 4 & & & 3 \\ & 6 & 2 & \\ & \oplus & & \oplus \\ 5 & & & 8 \\ & & & \oplus \end{matrix} = \begin{matrix} \oplus & & \oplus \\ & b & 1 \\ 4 & & 3 \\ & & & a \\ & & & \oplus \\ 5 & & & 2 \\ & & & \oplus \end{matrix} \frac{\delta_{j_3 j_6}}{[j_3]} \frac{\delta_{j_7 j_8}}{[j_7]}$$

$$= \begin{matrix} \oplus & & \oplus \\ & 3 & \\ 4 & & 5 \\ & & & 2 \\ & & & & 1 \\ & & & & & \oplus \\ & & & & & & b \\ & & & & & & \oplus \end{matrix} \quad (-1)^{2j_1 + j_2 + j_4 + j_7 + j_1 + j_2 + j_3}$$



$$= \frac{\delta_{j_3 j_6}}{[j_3]} \frac{\delta_{j_7 j_8}}{[j_7]} \quad (-1)^{j_2 + j_3 + j_4 + j_7} \left\{ \begin{matrix} j_1 & j_2 & j_3 \\ j_5 & j_4 & j_7 \end{matrix} \right\}$$

$$\begin{matrix} j_1 & & j_3 \\ & + & \\ j_2 & & \end{matrix} = \begin{matrix} j_1 & & j_3 \\ & + & \\ j_2 & & \end{matrix} = \begin{matrix} j_1 & & j_3 \\ & + & \\ j_2 & & \end{matrix}$$

Feb 2004

$$T_{KG}(j_1, j_2) = \sum_{m_1, m_2} \langle j_1, m_1 \rangle \langle j_2, m_2 \rangle (-1)^{j_1 - m_1} [K]^{1/2} \begin{pmatrix} j_1 & K & j_2 \\ -m_1 & 0 & m_2 \end{pmatrix}$$

